
Neuroinformatik I WS 06/07

Abt. Neuroinformatik

Prof Dr. G. Palm • Dr. F. Schwenker

3. Aufgabenblatt (Abgabe am 15.11.2006 in der Vorlesung)

5. Aufgabe (4): Lernregel

In der Vorlesung wurde eine **batch modus** Lernregel (als Gradientenverfahren) für ein einschichtiges neuronales Netzwerk, bestehend aus n nichtlinearen Neuronen, hergeleitet.

Gegeben sei eine Trainingsmenge

$$T = \{(x^\mu, T^\mu) \mid x^\mu \in \mathbb{R}^d, T^\mu \in \mathbb{R}^n, \mu = 1, \dots, M\}$$

Das j -te Neuron berechnet bei Eingabe von $x^\mu \in \mathbb{R}^d$:

1. $u_j^\mu = \sum_{i=1}^d x_i^\mu c_{ij}$ (dendritisches Potential)
2. $y_j^\mu = f(u_j^\mu) = f\left(\sum_{i=1}^d x_i^\mu c_{ij}\right)$ (axonales Potential)

Zur Bewertung der Netzwerkausgaben wurde in der Vorlesung als Zielfunktion die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen Netzausgabe und Lehrersignal benutzt, d.h.

$$E_\delta(C) = \sum_{\mu=1}^M \sum_{j=1}^n \delta(T_j^\mu - y_j^\mu)$$

mit $\delta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $\delta(s) = s^2$.

Verwenden Sie nun als Zielfunktion $E_{\tilde{\delta}}(C) = \sum_{\mu=1}^M \sum_{j=1}^n \tilde{\delta}(T_j^\mu - y_j^\mu)$ mit

$$\tilde{\delta}(s) = \beta^2 \ln[\cosh(s/\beta)] \quad \text{mit } \beta > 0 \quad \text{und} \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

und leiten Sie hierfür die Lernregeln für die synaptischen Kopplungen c_{ij} her.

6. Aufgabe (3+3): Mehrschichtnetze

1. Gegeben sei ein zweischichtiges neuronales Netzwerk aus jeweils linearen Neuronen mit den Kopplungsmatrizen $C_1 \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ und $C_2 \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p$. Nehmen Sie als Konstante $\theta_j = 0$ für alle Neuron an. Zeigen Sie, dass sich das zweischichtige Netz aus linearen Neuronen durch ein einschichtiges Netz, definiert durch eine Kopplungsmatrix $A \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ und mit p linearen Neuronen darstellen lässt, geben Sie A an?
2. Voraussetzungen wie im Aufgabenteil 1. Seien nun aber $\theta_j \in \mathbb{R}$ beliebige Konstanten. Lässt sich dieses zweischichtige Netz aus linearen Neuronen in ein einschichtiges Netz aus linearen Neuronen transformieren? Begründen Sie ihre Antwort! Geben Sie ggf. die Kopplungsmatrix des Netzes und die Konstanten θ_j der linearen Neuronen an.