Fuzzy-Logik

Mathias Bank

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

Der Mensch hat im Vergleich zur Maschine eine Gabe, die nicht selbstverständlich ist: Er kann Gegenstände anhand unsicherer bzw. unscharfen Informationen beschreiben und vor allem auch bestimmen. Anhand der einfachen Logik kann ein Computer nicht mit solchen Informationen arbeiten. Im Jahr 1965 hat der amerikanische Wissenschaftler Lotfi A. Zadeh die Idee der Fuzzy-Logik, mit deren Hilfe dem Computer das Arbeiten mit unscharfen Informationen ermöglicht werden kann. Auf diese Logik basieren heute die meisten intelligenten Haushaltsgeräte (Waschmaschine mit Schmutzerkennung, Trockner mit Feuchtigkeitsmessung,...). Ein Grund, dem Verfahren unter die Haube zu schauen....

3. Mai 2004

1 Einführung

1.1 Problembeschreibung

Um sich der Problematik klar zu werden, betrachten wir uns ein kurzes Beispiel: Es soll ein System zur Steuerung eines Druckventils entwickelt werden. Dieses Ventil soll ab einer Temperatur von 80 °C und bei einem Druck von 4 Bar geöffnet werden. Was aber, wenn wir eine Temperatur von 50 °C und einen Druck von 20 Bar haben? Es wird klar, diese Problematik ist mit der einfachen Logik nicht lösbar. Dies soll mit einem weiteren Beispiel noch verdeutlicht werden: Ein Fahrzeug mit 150 km/h wird mit schnell definiert. Was ist ein Fahrzeug mit 149 km/h? Mit Hilfe der bisherigen Logik würde dieses Fahrzeug als nicht schnell eingestuft werden. Dem normalen Menschenverstand ist aber klar, dass es immer noch schnell ist, wenn auch nicht so schnell wie beim anderen Fahrzeug. Wir Menschen können mit diesen unscharfen Informationen arbeiten. Dabei arbeiten wir mit **linguistischen Variablen** wie „etwas“,“ca.“, „sehr“,“bisschen“, etc. um einen **linguistischen Term** „Das Fahrzeig ist sehr schnell“ zu beschreiben. Doch wie bringen wir einem Computer die Bedeutung dieser Worte bei?

1.2 Fuzzy-Mengen

Die Lösung liegt in der Definition von Fuzzy-Mengen. Diese Mengen basieren auf dem Grund-Gedanken, die bisherige zweiwertige Logik {0,1} (für falsch und wahr) zu erweitern: Fuzzy-Logik wird auf das Einheitsintervall ([0,1]) erweitert und ermöglicht damit die Modulierung von gradueller Erfüllung eines Prädikats. Geschrieben ein kleiner Unterschied, jedoch mit starken Auswirkungen.

Diese Auswirkungen wollen wir uns genauer anschauen: Eine Zugehörigkeitsfunktion einer Obermenge Υ kann nun für ein Element A eine Zahl zwischen 0 und 1 (inkl.) erreichen und angeben, dass dieses Element zu einem gewissen Grad μ (Zugehörigkeitsgrad) zu dieser Obermenge (Prädikat) gehört. Damit ergibt sich, dass die klassische Mengenlehre ein Spezialfall der Fuzzy-Logik ist. Um auf das Beispiel der Fahrzeuge zurückzukommen, könnte man das Fahrzeug Eins mit dem Zugehörigkeitgrad 1.0 als „schnell“ definieren. Fahrzeug Zwei würde hingegen vielleicht 0.8 erreichen (dies hängt von der Definition ab, wie wir noch später sehen werden) und damit kennzeichnen, dass letzteres zum Grad 0.8 als „schnell“ bezeichnet werden kann.

Um nicht auf den Gedanken zu kommen, der Zugehörigkeitsgrad sei das gleiche wie die Wahrscheinlichkeit, soll ein Zitat die Sachlage klarmachen:

Popular' explanation of the differences between probability, measure theory and fuzzy sets:
Question: Is there a salami sandwich in the refrigator?
Answer: 0.5
If probability: then there is or isn't, with probability one half
If measure: then there is half a salami sandwich there
If fuzzy: then there is something there, but it isn't really a salami sandwich. Perhaps it is some other kind of sandwich, or salami without the bread...
Sol Golomb

Fuzzy-Mengen stellen meist trapez- oder dreiecksförmige Mengen dar, damit das Rechnen einfach und damit schnell berwerkstelligt werden kann. In der Praxis sind nahezu alle Probleme auf diese Form mit mehr oder weniger großen Einbußen reduzierbar. Es muss dabei somit ein Kompromiss zwischen Genauigkeit und Geschwindigkeit getroffen werden.

1.3 Bezeichnungen

Um mit diesen Mengen arbeiten zu können, müssen analog zur klassischen zweiwertigem Logik Mengenoperationen definiert werden. Da die klassische Logik - wie bereits erwähnt - eine Unterkategorie der Fuzzy-Logik darstellen kann, sollte klar sein, dass die Definitionen analog gelten müssten. Dies soll im Folgenden verdeutlicht werden. Dabei wird nicht auf die Grundlagen der Mengentheorie eingegangen, da dies weitläufig bekannt sein sollte (Definition einer Menge, Elemente, ...). Es müssen trotzdem ein paar Begriffe zusätzlich erklärt werden:

1.3.1 Höhe einer Fuzzy-Menge

Als Höhe der Fuzzy-Menge wird der größte Zugehörigkeitsgrad bezeichnet, den alle Elemente der Fuzzy-Menge besitzen. Für eine Fuzzy-Menge μ über einer Grundmenge A ist also ihre Höhe definiert als:

$$H(F) = \max \{\mu(x) : x \in X\}$$

Die zweiwertige Logik arbeitet demnach mit Mengen, deren Höhe 1 beträgt.

1.3.2 α-Schnitt

Der α-Schnitt ($\alpha \in$ [0,1]) einer Fuzzy-Menge μ ist die Menge aller Elemente, deren Zugehörigkeit zu μ mindestens α beträgt.
Mit diesem gegebenen α und einer Fuzzy-Menge μ lassen sich damit ihre so-

genannten α-Schnitte bestimmen. Doch auch allein aus der Kenntnis der α-Schnitte lässt sich eine Fuzzy-Menge approximieren, so dass es genügt, im Computer einzelne α-Schnitte (in der Regel von 0.1, 0.2, ... 1.0) zu speichern. Aus diesen kann dann die ursprüngliche Funktion berechnet werden, was durch die Verwendung von dreieck- oder trapezförmigen Mengen erleichtert wird.

1.4 Operationen auf Fuzzy-Mengen

Nachdem wir uns nun einige Grundbegriffe erarbeitet haben, gehen wir wir auf die bekannten Konzepte wie Durchschnitt, Vereinigung und Komplement ein. Dies ist deshalb notwendig, um mit Fuzzy-Mengen sinnvoll rechnen zu können. Dazu führen wir zwei Normen ein, mit denen diese drei Konzepte so allgemein formuliert werden können, dass sie sowohl für die zweiwertige als auch für die Fuzzy-Logik gelten.

1.4.1 t-Norm

Um einen Durchschnittsoperator zu erstellen, so muss dieser einigen Minimalanforderungen der Mathematik genügen. Diese sind:

- Existenz einen neutralen Elements: $T(a, 1) = a$
- Monotonie: $a \leq b \Rightarrow T(a, c) \leq T(b, c)$
- Kommutativität: $T(a, b) = T(b, a)$
- Assoziativität: $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$

Der allgemeinste Durchschnittsoperator, der gerade mal diesen Anforderungen genügt ist eine Funktion $T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ und heißt t-Norm. Diese wird auch oft als der UND-Operator der Fuzzy-Logik bezeichnet. Dabei ist T monoton und es gilt T(a,0)=0.

Punkt 1 besagt, dass der Schnitt einer Fuzzy-Menge mit einer gewöhnlichen Menge dazu führt, dass der Zugehörigkeitsgrad erhalten bleibt.
Punkt 2 garantiert, dass ein Zugehörigkeitsgrad zum Durchschnitt nicht kleiner werden kann, wenn eine Fuzzy-Menge mit einer „großeren“ Fuzzy-Menge geschnitten wird.
Punkt 3 und 4 sollten für Durchschnittsoperatoren selbstverständlich sein.

1.4.2 t-Conorm

Auch ein Vereinigungsoperator muss gewissen Minimal-Anforderungen genügen:

- Existenz einen neutralen Elements: $\perp(a, 0) = a$

- Monotonie: $a \leq b \Rightarrow \perp(a,c) \leq \perp(b,c)$
- Kommutativität: $\perp(a,b) = \perp(b,a)$
- Assoziativität: $\perp(a, \perp(b,c)) = \perp(\perp(a,b),c)$

Der allgemeinste Vereinigungsoperator, der gerade mal diesen Anforderungen genügt ist eine Funktion $\perp : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ und heißt t-Conorm. Diese wird auch oft als der ODER-Operator der Fuzzy-Logik bezeichnet.

1.4.3 Negation

Jede konstruierte Negationsfunktion ein ein Spezialfall der allgemeinerten Negation: Hierbei handelt es sich um eine Funktion $n : [0,1] \rightarrow [0,1]$ mit $\alpha \rightarrow 1 - \alpha$. Durch dieser Definition der Negation erhält man aus der t-Norm die t-Conorm und umgekehrt, so dass das duale Prinzip wie in der klassischen Logik erhalten ist. Das heißt, aus der Negation und der t-Norm kann die t-Conorm bestimmt werden, aus Negation und t-Conorm die t-Norm.

Die einfachsten Funktionen, die diesen allgemeinen Operatoren und ihren Anforderungen entsprechen, sind die „min“- und „max“-Funktion, die der Durchschnitts- und Vereinigungsbildung entsprechen. Folgende Grafik soll dies veranschaulichen und es können diese Begriffe als das umgangssprachliche „und“ bzw. „oder“ interpretiert werden.

Dabei wird die „min“- und „max“-Funktion auf die Zugehörigkeitsfunktion definiert wie folgt:

$$\begin{aligned} Durchschnitt &= \min\{\mu_{Funktion1}(x), \mu_{Funktion2}(x)\} \\ Vereinigung &= \max\{\mu_{Funktion1}(x), \mu_{Funktion2}(x)\} \end{aligned}$$

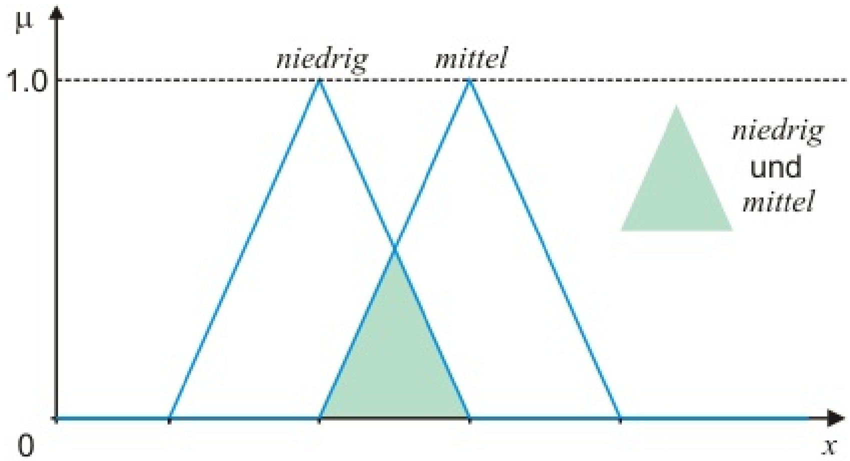

Abbildung 1. Durchschnittsbildung zweier linguistischer Variablen „niedrig“ und „mittel“ über „min“-Funktion

Natürlich gibt es noch andere Möglichkeiten, die Schnitt- bzw. Vereinigungs-

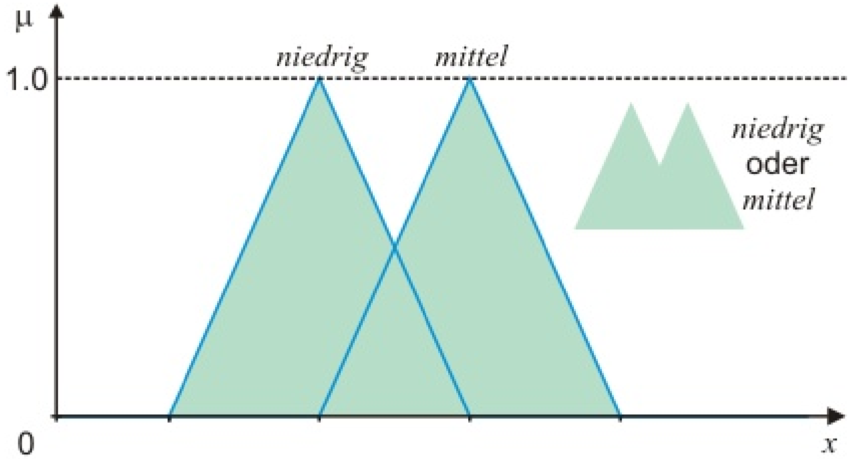

Abbildung 2. Vereinigungsbildung zweier linguistischer Variablen „niedrig“ und „mittel“ über „max“-Funktion

Operatoren zu definieren. Hier sei z.B. auf Dubois-Prade-Operatoren verwiesen:

Durchschnittsoperator: $\frac{ab}{\max\{a,b,\alpha\}}$ mit $\alpha \in (0,1)$
Vereinigungsoperator: $\frac{a+b-ab-\min\{a,b,\alpha\}}{\max\{1-a,1-b,\alpha\}}$ mit $\alpha \in (0,1)$

1.5 Fuzzy-Relationen

Oft ist es notwendig, dass der Grad der Zugehörigkeit nicht nur eines Wertes, sondern gleich mehrerer bestimmt werden muss. Dadurch existieren mehrere Grundmengen, die mittels einer Relation auf eine Fuzzy-Menge abbildet.

„Unter einer Fuzzy-Relation versteht man Fuzzy-Mengen, deren Grundmenge ein kartesisches Produkt aus mehreren Grundmengen darstellt. Beispielsweise ist eine zweistellige Fuzzy-Relation eine Abbildung $\varrho : X \times Y \to [0,1]$. Der Wert $\varrho(x,y)$ gibt an, wie stark x in Relation ϱ zu y steht.“ [1] .

Durch diese Relationen kann man mehrere Bedingungen miteinander verknüpfen und ein gemeinsames Resultat erlangen. So sind z.B. die bereits behandelten Operationen für Durchschnitt und Vereinigung nicht anderes als Fuzzy-Relationen auf sich selbst $(X \times X)$.

[1] Aus Technische Anwendungen von Fuzzy-Systemen [1]

1.6 Fuzzy-Regeln

Fuzzy-Relationen sind vor allem bei Computer-Anwendungen häufig zu finden. Sie entstehen dadurch, dass Fuzzy-Mengen, die auf mehreren Grundmengen definiert sind, miteinander verknüpft werden. Dies erfolgt meistens in der Form

Wenn x = niedrig **und** y = mittel **dann** z = hoch

Eine solche Verknüpfung stellt eine zweistellige Fuzzy-Relation und kann natürlich beliebig erweitert werden (Beweis mittels Substitution und vollständige Induktion). Die Verknüpfung des „und"-Operators kann wie bei Operationen auf Fuzzy-Mengen gezeigt, mittels des MIN-Operators verwirklicht werden:

$$\mu_R(x, y) = \min\left\{\mu_{niedrig}(x), \mu_{mittel}(x)\right\}$$

Bei einer „oder"-Verküpfung benutzt man dementsprechend den MAX-Operator.

1.7 Fuzzy-Systeme

Bei Fuzzy-Systemen handelt es sich keinesfalls um Systeme, die mit unsicheren Informationen arbeiten. Vielmehr handelt es sich um Systeme, die auf Fuzzy-Logik aufbauen.
Wie in einem normalen System erhalten sie scharfe Eingangswerte (z.B. Temperatur, Druck, Geschwindigkeit) und geben entsprechend scharfe Ausganswerte aus (z.B Druckventil öffnen). Lediglich der Kern eines Fuzzy-Systems, die sogenannte Fuzzy-Inferenz (siehe Schließen mit Fuzzy) arbeitet mit unscharfen Informationen, weshalb zuvor eine Fuzzyfizierung und danach eine Defuzzifizierung geschaltet werden muss, um präzise Werte in Fuzzy-Werte umzurechnen und umgekehrt.

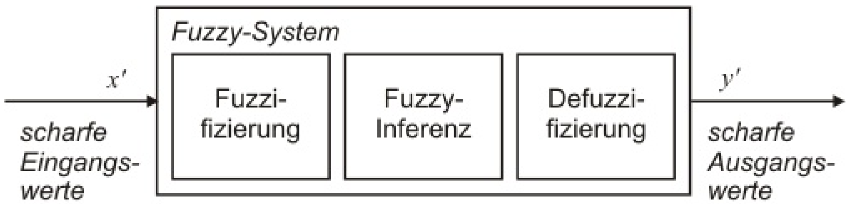

Abbildung 3. Aufbau eines Fuzzy-Systems mit Umwandlung eines scharfen Eingangswertes (Fuzzifizierung), dem Schließen (Fuzzy-Inferenz) und der Rückwandlung in einen scharfen Ausgangswert (Defuzzifizierung)

2 Schließen mit Fuzzy

Nachdem die Grundlagen der Fuzzy-Logik bekannt sind, wollen wir uns nun betrachten, wie mit Hilfe dieser Logik gearbeitet werden kann. Dazu haben wir schon den Aufbau eines Fuzzy-Systems kennengelernt, dessen einzelne Bestandteile jetzt unter die Lupe genommen werden sollen.

2.1 Fuzzyfizierung

Ein Fuzzy-System erhält zunächst einen sicheren Wert, mit dem gearbeitet werden soll (z.B. Sensor-Werte). Das System selber aber arbeitet mit unscharfen Informationen, die im ersten Schritt des Fuzzy-Systems generiert werden müssen. Dieser Schritt wird Fuzzyfizierung genannt:

„Für eine gegebene linguistische Variable [(„stark“, „schnell“,...“)] seien Zugehörigkeitsfunktionen für ihre linguistische Terme definiert. Dann werden für einen scharfen Eingabewert mit Hilfe der Fuzzy-Mengen die Zugehörigkeitsgrade bezüglich aller linguistischer Terme bestimmt.“ [2]. Dabei sind Fuzzy-Mengen linguistischer Terme meist so definiert, dass für einen scharfen Eingabe-Wert die Summe der Zugehörigkeitensgrade zu allen linguistischen Termen einer linguistischen Variablen Eins ergeben. Dadurch überlappen sich linguistische Variablen und sorgen dafür, dass keine Lücken in der Beschreibung entstehen. So kann zu jedem festen Eingangswert eindeutig berechnet werden, zu welchem Grad er einer linguistischer Variablen zugeordnet werden kann. Durch diese Überscheidung kommt es auch vor, dass mehrere Werte zu unterschiedlichen linguistischen Variablen existieren. Die Auswahl wird später besprochen.

2.2 Fuzzy-Inferenz

Bei der Fuzzy-Inferenz handelt es sich um den Kern eines Fuzzy-Systems. Dabei werden Fuzzy-Regeln benutzt, um mit unscharfen Informationen zu arbeiten (andernfalls müsste für jede mögliche Eingabe eine Regel erstellt werden, was oft nicht möglich ist). Um eine Regel der bereits beschriebenen Form auf unscharfen Informationen anzuwenden, wird eine Vorschrift für den Fall benötigt, dass die Prämisse mehr oder weniger wahr ist und damit natürlich auch die Schlussfolgerung mehr oder weniger gilt. Diese Auswertung wird auch Fuzzy-Schließung oder **approximate reasoning** genannt. Hierzu gibt es verschiedene Verfahren:

[2] Aus Technische Anwendungen von Fuzzy-Systemen [1]

2.2.1 Schließen mit Negation und Verküpfung

Wir haben bereits Implikationen kennengelernt, die analog der klassischen Logik definiert wurden (Komplement, Schnitt, Vereinigung). In dieser Logik gilt folgende Aussage:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$$

Dadurch kann mit Hilfe den Entsprechnungen der Negation ($\neg A := 1 - \mu_A(x)$) und der Vereinigung ($A \vee B := \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$) folgende Implikation folgern:

$$A \Rightarrow B := \max\{1 - \mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

Diese Implikation ist allerding nicht ganz geschickt, denn wenn $\mu_A(x) = 0$, so hat man das Problem, dass die Konklusion den Wert 1 besitzt. Dies hat Nachteile bei der Verküpfung mit weiteren Regeln. Deshalb gibt es ausgefeiltere Varianten. Die bekannteste ist die **Mamdani-Implikation**.

2.2.2 Mamdani-Implikation

Der Mamdani-Implikation liegt die Idee zugrunde, dass der Wahrheitsgehalt des Ergebnisses nicht höher sein sollte als der Wahrheitswert der Prämisse:

$$\mu_{A \Rightarrow B}(x, y) := \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

Hierbei wird oben beschriebenes Problem umgangen.

2.2.3 weitere Implikationen

Es gibt noch wesentlich mehr Implikations-Möglichkeiten. Hier soll das algebraische Produkt als oft verwendete Implikation und die Zadeh-Implikation des Erfinders der Fuzzy-Logik noch genannt werden:

algebraisches Produkt:

$$\mu_{A \Rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

Zadeh-Implikation:

$$\mu_{A \Rightarrow B}(x, y) = \max\{\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, 1 - \mu_A(x)\}$$

2.2.4 Regelauswertung

Die Regelauswertung ist nun das Geheimnis des Fuzzy-Systems, denn hier ist das gesamte Wissen des Systems gespeichert, das bestimmt, wie sich die Ausgabewerte aus den Eingabewerten ergeben. Da aber weiche Regeln vorliegen und diese sich auf linguistische Variablen bzw. deren Fuzzy-Mengen beziehen, erhalten wir hier durch die Fuzzyfizierung entsprechende Werte μ der Zugehörigkeitsfunktion. Dabei kann eine Regel aus durch mehrere Operatoren (z.B. UND bzw. ODER) verknüpfte Prämissen bestehen, die alle zu einem bestimmten Grad μ erfüllt sind und somit ein Gesamtgewicht des Erfülltheitsgrades der Regelprämisse ergeben. Außerdem kann ein Fuzzy-System auch mehrere Regeln besitzen, so dass die entsprechende Regel erst ausgesucht werden muss. Es stellt sich daher die Frage, wie dieses Gesamtgewicht berechnet bzw. wie die gültige Regel bestimmt werden soll.

Auswertung einzelner Regeln
Um das Gesamtgewicht einer Regel zu berechnen, die aus mehreren Teilprämissen bestehen, wird ein MIN-Operator verwendet, sofern die Verknüpfung nur aus UND-Operatoren besteht (dies ist die Regel, da ODER-Operatoren als separate Regel definiert werden können und dann der folgende Abschnitt zum Tragen kommt). Dies ist die gebräuchlichste Variante, es kann aber auch das Produkt gebildet werden. Dies hängt aber letztlich vom zu bildenden System ab.

Auswertung mehrerer Regeln
Besitzt das Fuzzy-System mehrere Regeln, so werden diese mit einem MAX-Operator verknüpft. Dies entspricht einer ODER-Verküpfung aller Regeln, wodurch garantiert wird, dass alle Regeln berücksichtigt werden.

Die Mamdani-Implikation wird aufrund der oben beschriebenen Vorgehensweise auch MAX-MIN-Inferenz genannt, das algebraische Produkt auch MAX-PROD-Inferenz.

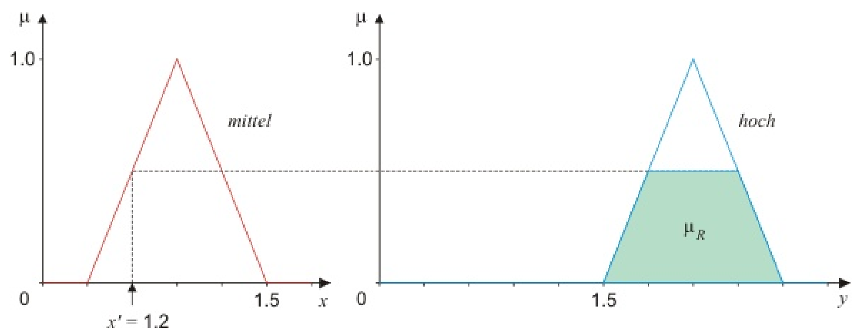

Abbildung 4. Auswertung der Regel „Wenn x=mittel, dann y=hoch“, wobei man erkennen kann, dass kein scharfer Ausgangswert, sondern eine abgeschnittene Fuzzy-Menge als Resultat herauskommt

Als Ergebnis eines Inferenz-Vorgangs erhalten wir wieder eine Fuzzy-Menge, d.h. wir erhalten eine unscharfe Information μ_R. Ein Fuzzy-System muss diese Information nun aber wieder in scharfe Ausgangswerte umwandeln, damit Endgeräte (z.B. Druckventile) angesteuert werden können. Für diese Umwandlung existieren wieder verschiedene Verfahren, bei denen wir auf die wichtigsten zwei eingehen werden:

2.3.1 Maximum-Methode

Zur Ermittlung des scharfen Ausgangswertes wird bei der Maximum-Methode lediglich die Regel mit dem höchsten Erfüllungsgrad herangezogen. Dabei gibt es drei verschiedene Varianten:

- **Wahl des Mittelwertes:** Hierbei wird der linke und der rechte Eckpunkt des Maximas addiert und durch zwei dividiert.
- **Wahl des linken Randpunktes:** Hierbei wird lediglich der linke Eckpunkt verwendet
- **Wahl des rechten Randpunktes:** Hierbei wird entsprechend der rechte Eckpunkt verwendet.

Bei der MAX-PROD-Variante liefern alle drei Varianten dasselbe Ergebnis. Diese Methode hat jedoch Vor- und Nachteile, die man abschätzen sollte, denn:

- Der Rechenaufwand für einen scharfen Ausgangswert ist gering
- Der ermittelte Wert ist unabhängig vom tatsächlichen Erfüllungsgrad der Regel mit maximalen Erfüllungsgrad
- Bei mehreren Regeln mit dem gleichen Erfüllungsgrad als Maximum sollte der Mittelwert gewählt werden, da unterschiedliche Schlussfolgerungen auftrehten könnten.

2.3.2 Schwerpunkt-Methode

Vor allem der letzte Punkt kann bei der Maximum-Methode zu Komplikationen führen, weshalb man auch gerne die Schwerpunkt-Methode verwendet (was auch die meist genutzte Methode ist). Hierbei wird die resultierende Fuzzy-Menge als Gesamtheit betrachtet. Es können mehrere Regeln berücksichtigt werden, denn der scharfe Ausgangspunkt ist der Abszissenwert des Schwerpunktes der Fläche unterhalb der Fuzzy-Menge. Hier ist der Rechenaufwand leider deutlich höher, jedoch stellt die Verknüpfung mehrerer Regeln kein Problem dar. Leider kann es hierbei jedoch passieren, dass der Ausgangswert einen geringen oder keinen Zugehörigkeitsgrad hat (symmetrische Fuzzy-

Mengen). Dies sollte bei einer geeigneten Wahl der Regelbasis jedoch sehr unwahrscheinlich sein. Außerdem wird der mögliche Wertebereich der Ausgangsgröße nicht ganz ausgeschöpft. Hier kann jedoch eine Randerweiterung helfen.

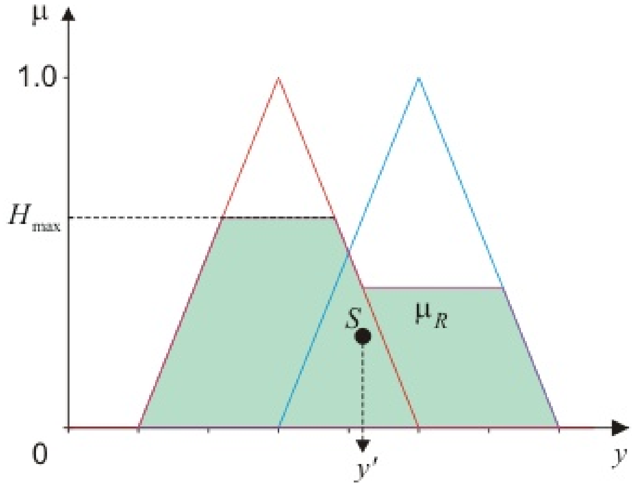

Abbildung 5. Schwerpunkt-Methode

Um die Rechenzeit zu verringern, gibt es hier einige Varianten wie z.B. die Schwerpunkt-Methode mit SUM-MIN-Inferenz oder die Höhenmethode.

Literatur

[1] Technische Anwendungen von Fuzzy-Systemen, Uni-Passau; `http://lrs2.fmi.uni-passau.de/online/online-start.htm`, 03. Mai 2004 14:51

[2] Michael Negnevitsky: Artificial Intelligence: A Guide to Intelligent Systems, Addison Wesley, Band 1, 2001, ISBN: 0-201-71159-1

[3] Holger Gläßel: Fuzzy Logic - unscharfe Logik, `http://www.isd.uni-stuttgart.de/arbeitsgruppen/pigroup/vorlesung_ki/`, 03. Mai 2004 14:51

[4] R.Hellmich: Einführung in intelligente Softwaretechniken, Prentice Gall, 1997, ISBN: 3-827-29546-7

[5] Peter Wimber und Ralf Wältring: Fuzzy-Logik / Fuzzy-Controller, `http://wwwmath.uni-muenster.de/math/inst/info/Professoren/Lippe/lehre/skripte/wwwFuzzyScript/fseinl.html`, 03. Mai 2004 14:51