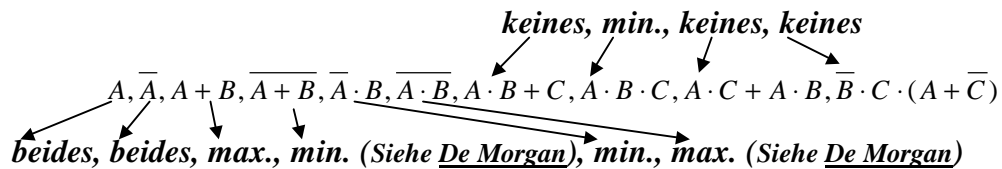


**Aufgabe 1:**

a. Welche der folgenden Terme können als Minterm, Maxterm, beides oder keines von beidem dargestellt werden:

**Lösung:**



b. Erstellen Sie Wahrheitstabellen für die folgenden Terme:

$$Y = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C)$$

$$Y = (\overline{A+B+C+D}) \cdot (A+B)$$

**Lösung:**

$$Y = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

| A | $\bar{A}$ | B | C | $\bar{C}$ | $\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$ | $A \cdot B \cdot \bar{C}$ | Y |
|---|-----------|---|---|-----------|---------------------------------|---------------------------|---|
| 0 | 1         | 0 | 0 | 1         | 0                               | 0                         | 0 |
| 0 | 1         | 0 | 1 | 0         | 0                               | 0                         | 0 |
| 0 | 1         | 1 | 0 | 1         | 1                               | 0                         | 1 |
| 0 | 1         | 1 | 1 | 0         | 0                               | 0                         | 0 |
| 1 | 0         | 0 | 0 | 1         | 0                               | 0                         | 0 |
| 1 | 0         | 0 | 1 | 0         | 0                               | 0                         | 0 |
| 1 | 0         | 1 | 0 | 1         | 0                               | 1                         | 1 |
| 1 | 0         | 1 | 1 | 0         | 0                               | 0                         | 0 |

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C)$$

| A | B | C | $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$ | $\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$ | $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$ | $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$ | Y |
|---|---|---|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1                                     | 0                               | 0                               | 0   | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0                                     | 0                               | 1                               | 1   | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0                                     | 1                               | 0                               | 1   | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0                                     | 0                               | 0                               | 0   | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0                                     | 0                               | 0                               | 0   | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0                                     | 0                               | 0                               | 0   | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0                                     | 0                               | 0                               | 0   | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0                                     | 0                               | 0                               | 0   | 0 |

$$Y = \overline{(A+B+C+D)} \cdot (A+B)$$

| A | B | C | D | A+B | A+B+C+D | $\overline{(A+B+C+D)} \cdot (A+B)$ | Y |
|---|---|---|---|-----|---------|------------------------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | 0       | 0                                  | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0   | 1       | 0                                  | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0   | 1       | 0                                  | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0   | 1       | 0                                  | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1   | 1       | 1                                  | 0 |

c. Minimieren Sie die folgenden Gleichungen durch algebraische Umformungen:

$$Y = A \cdot \overline{B} \cdot (C + B \cdot \overline{C}) + \overline{C}$$

$$Y = A + A \cdot B \cdot C + B \cdot (A \cdot C + B) + \overline{A \cdot (B \cdot C + A)}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} Y &= A \cdot \overline{B} \cdot (C + B \cdot \overline{C}) + \overline{C} \\ &= A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{C} \\ &= A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot C \cdot 0 + \overline{C} \\ &= A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{C} + \overline{C} \cdot A \cdot \overline{B} \\ &= A \cdot \overline{B} \cdot (C + \overline{C}) + \overline{C} \\ &= A \cdot \overline{B} + \overline{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y &= A + A \cdot B \cdot C + B \cdot (A \cdot C + B) + \overline{A \cdot (B \cdot C + A)} \\ &= A + A \cdot B \cdot C + B \cdot (B + A \cdot C) + \overline{A \cdot (A + B \cdot C)} \\ &= A + A \cdot B \cdot C + B + \overline{A} \\ &= A + \overline{A} + B \cdot (A \cdot C + 1) \\ &= 1 + B \cdot 1 = 1 + B = 1 \end{aligned}$$

d. Beweisen Sie die folgenden Gleichungen durch algebraische Umformungen und prüfen Sie diese mittels Wahrheitstabelle:

$$\begin{aligned} A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C &= A \cdot B + B \cdot C \\ \overline{(A+B+C+D)} \cdot (A+B) &= A+B \end{aligned}$$

**Lösung:**

$$A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + B \cdot C \text{ - Ungleichung}$$

| A | B | C | A•B | A•C | B•C | A•B+A•C+ B•C | A•B + B•C |
|---|---|---|-----|-----|-----|--------------|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0            | 0         |
| 0 | 0 | 1 | 0   | 0   | 0   | 0            | 0         |
| 0 | 1 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0            | 0         |
| 0 | 1 | 1 | 0   | 0   | 1   | 1            | 1         |
| 1 | 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0            | 0         |
| 1 | 0 | 1 | 0   | 1   | 0   | 1            | 0         |
| 1 | 1 | 0 | 1   | 0   | 0   | 1            | 1         |
| 1 | 1 | 1 | 1   | 1   | 1   | 1            | 1         |

$$\begin{aligned} & \overline{(A+B+C+D) \cdot (A+B)} \\ &= \overline{(A+B) \cdot (A+B+C+D)} \\ &= \overline{A+B} \end{aligned}$$

Wahrheitstabelle – siehe Aufgabe 1b - 3

### Aufgabe 2:

a. Minimieren Sie die Funktion  $Y = f(A,B,C)$ , die mit einer Wahrheitstabelle dargestellt ist, mittels Karnaugh-Diagramm:

| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

**Lösung:**  $\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} = A \oplus B$

b. Minimieren Sie die Funktion  $Y = f(A,B,C)$ , die mit einer Wahrheitstabelle dargestellt ist, mittels Karnaugh-Diagramm:

| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | D |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | D |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Erstellen Sie die beiden komplementären Gleichungen (Produkt von Summen, Summe von Produkten).

**Lösung:**  $\overline{B} + \overline{A} \cdot C$  - Summe von Produkten  
 $(\overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + \overline{C})$  - Produkt von Summen

c. Überlegen Sie sich, wie eine Funktion mit 5 Parameter  $Y = f(A,B,C,D,E)$  nach der Karnaugh-Methode darzustellen ist. **Lösung:** 3D Karnaugh-Diagramm. Als 2 Subtabellen mit Grey-Kode zeichnen.

### Aufgabe 3:

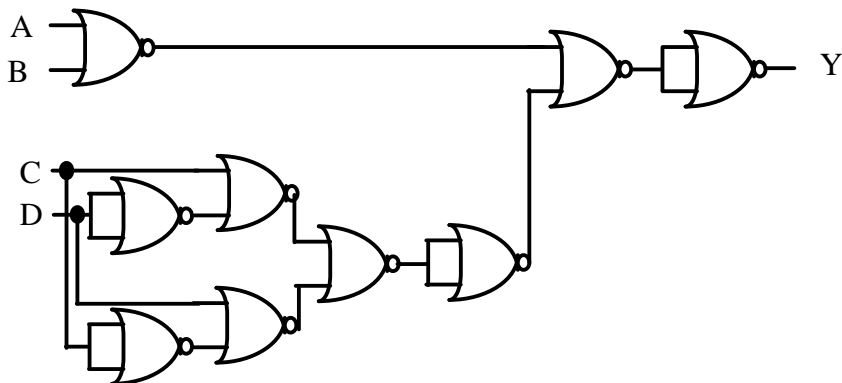
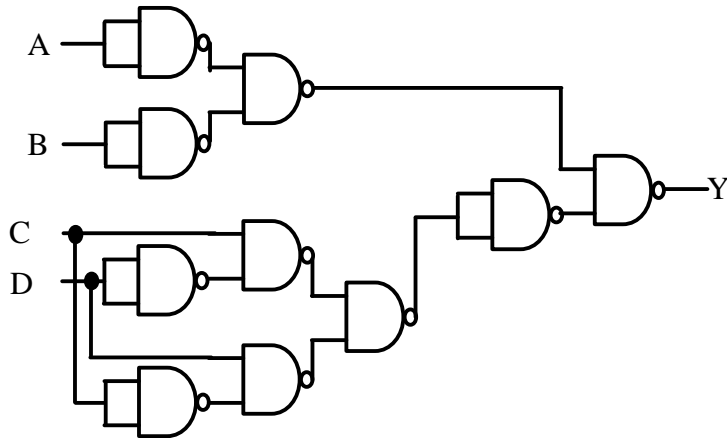
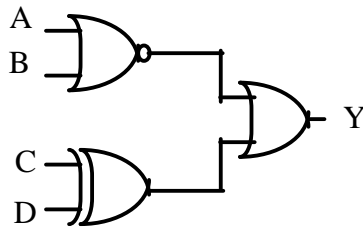
Zeichnen Sie das Schaltnetz, das der folgenden Formel entspricht:

$$Y = \overline{(A+B+C+D) \cdot (A+B)} + C \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot D$$

- möglichst einfaches Netz
- nur mit NAND Gattern
- nur mit NOR Gattern

**Lösung:**

| A | B | C | D | A+B | A+B+C+D | $(A+B+C+D).(A+B)$ | $C.\bar{D}$ | $\bar{C}.D$ | $C.\bar{D} + \bar{C}.D$ | Y |
|---|---|---|---|-----|---------|-------------------|-------------|-------------|-------------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | 0       | 0                 | 0           | 0           | 0                       | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0   | 1       | 0                 | 0           | 1           | 1                       | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0   | 1       | 0                 | 1           | 0           | 1                       | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0   | 1       | 0                 | 0           | 0           | 0                       | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 0           | 0                       | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 1           | 1                       | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1   | 1       | 1                 | 1           | 0           | 1                       | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 0           | 0                       | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 0           | 0                       | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 1           | 1                       | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1   | 1       | 1                 | 1           | 0           | 1                       | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 0           | 0                       | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 0           | 0                       | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 1           | 1                       | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1   | 1       | 1                 | 1           | 0           | 1                       | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1   | 1       | 1                 | 0           | 0           | 0                       | 0 |



#### Aufgabe 4:

„ Ein Bauer kommt mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf an einen Fluss, den er überqueren möchte. Am Ufer liegt ein Boot, in dem der Bauer immer nur entweder Wolf, Ziege oder Kohlkopf mitnehmen kann. Nach dreimaligem Hin- und Herfahren wäre das Übersetzen also beendet, wenn nicht der Wolf die Ziege und die Ziege den Kohlkopf fressen würden, sobald der Bauer nicht mehr dabei ist.“

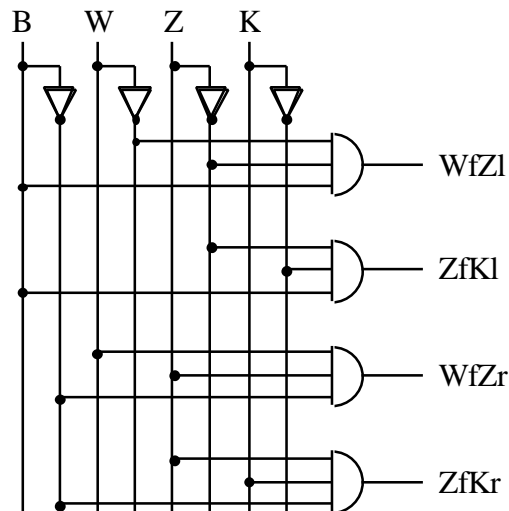
In dieser Aufgabe soll der Bauer bei seiner Problemlösung unterstützt werden: Geben Sie eine Schaltung an, die anzeigt, ob der Wolf die Ziege oder die Ziege den Kohlkopf frisst, und auf welcher Seite des Flusses dies passiert. Um diese Signale zu erzeugen, steht als Information zur Verfügung, auf welcher Seite des Flusses sich Bauer, Wolf, Ziege und Kohlkopf jeweils gerade befinden.

#### Lösung:

Für Bauer, Wolf, Ziege und Kohlkopf nehmen wir 4 Leitungen B, W, Z und K an, die über 4 Schalter auf 0 oder 1 gesetzt werden können. Dabei bedeutet eine 0, dass der entsprechende Flussüberquerer sich gerade auf der linken Seite befindet, eine 1, dass er sich auf der rechten Seite befindet. Die Schaltung hat vier Ausgänge, die zu Signalgebern führen (z.B. LEDs). Die Ausgänge sind mit WfZl, ZfKl, WfZr und ZfKr bezeichnet, wobei etwa WfZl =1 signalisiert, dass der Wolf die Ziege auf der linken Seite frisst (Wolf frisst Ziege links), im gleichen Sinne sind die anderen Abkürzungen zu verstehen.

| B | W | Z | K | WfZl | ZfKl | WfZr | ZfKr |
|---|---|---|---|------|------|------|------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |      |      |      |      |
| 0 | 0 | 0 | 1 |      |      |      |      |
| 0 | 0 | 1 | 0 |      |      |      |      |
| 0 | 0 | 1 | 1 |      |      |      | 1    |
| 0 | 1 | 0 | 0 |      |      |      |      |
| 0 | 1 | 0 | 1 |      |      |      |      |
| 0 | 1 | 1 | 0 |      |      | 1    |      |
| 0 | 1 | 1 | 1 |      |      | 1    | 1    |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1    | 1    |      |      |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1    |      |      |      |
| 1 | 0 | 1 | 0 |      |      |      |      |
| 1 | 0 | 1 | 1 |      |      |      |      |
| 1 | 1 | 0 | 0 |      | 1    |      |      |
| 1 | 1 | 0 | 1 |      |      |      |      |
| 1 | 1 | 1 | 0 |      |      |      |      |
| 1 | 1 | 1 | 1 |      |      |      |      |

(offen = 0)



**Aufgabe 5:**

a. Kodierer/Dekodierer:

- Ein 4-zu-2 Kodierer hat folgende Werte an den Eingängen:  
 $E_0=0, E_1=1, E_2=0, E_3=0$   
 Welche Werte zeigen die Ausgänge? **Lösung:**  $A_1=0, A_0=1$

- Ein 4-zu-16 Dekodierer hat folgende Werte an den Eingängen:  
 $E_0=0, E_1=1, E_2=0, E_3=1$   
 Welche Werte zeigen die Ausgänge?  
**Lösung:**  $A_{10}=1$  alle andere Ausgänge = 0

b. Multiplexer/Demultiplexer:

- Ein Multiplexer mit 3 Steuereingängen erhält die Steuerfolge:  
 $S_0=1, S_1=1, S_2=0$   
 Welcher Eingang wird aktiviert? **Lösung:**  $E_3$

- Ein Demultiplexer mit 3 Steuereingängen erhält die Steuerfolge:  
 $S_0=0, S_1=1, S_2=1$   
 Welcher Ausgang wird aktiviert? **Lösung:**  $A_6$

**Aufgabe 6:**

Entwickeln Sie ein Schaltnetz, das angibt, ob eine 4-Bit Binärfolge ungerade Parität hat.

**Lösung:** Die Parität ist die Zahl der Einsen in einer Binärfolge.

| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>Y</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0        | 0        | 0        | 0        | 0        |
| 0        | 0        | 0        | 1        | 1        |
| 0        | 0        | 1        | 0        | 1        |
| 0        | 0        | 1        | 1        | 0        |
| 0        | 1        | 0        | 0        | 1        |
| 0        | 1        | 0        | 1        | 0        |
| 0        | 1        | 1        | 0        | 0        |
| 0        | 1        | 1        | 1        | 1        |
| 1        | 0        | 0        | 0        | 1        |
| 1        | 0        | 0        | 1        | 0        |
| 1        | 0        | 1        | 0        | 0        |
| 1        | 0        | 1        | 1        | 1        |
| 1        | 1        | 0        | 0        | 0        |
| 1        | 1        | 0        | 1        | 1        |
| 1        | 1        | 1        | 0        | 1        |
| 1        | 1        | 1        | 1        | 0        |

$$Y = A \oplus B \oplus C \oplus D$$

