

Aufgabe 3-1

Beweisen Sie, dass die folgenden Formeln Tautologien darstellen:

- a) $A \wedge (B \wedge C) \Rightarrow A \wedge C$
- b) $A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- c) $\neg\neg A \Rightarrow A$

Variieren Sie die verwendeten Beweismethoden.

Aufgabe 3-2

Beweisen Sie die Gültigkeit der folgenden Formeln:

- a) $(\forall x.P(x)) \Rightarrow (\exists x.P(x))$
- b) $(\exists x.(P(x) \vee Q(x))) \Rightarrow (\exists x.P(x)) \vee (\exists x.Q(x))$

Zeigen Sie, dass folgende Formelmenge inkonsistent ist:

- c) $\{\forall x.P(x) \vee Q(x), \forall x.\neg P(x) \Rightarrow \neg Q(x), \exists x.\neg P(x)\}$

Variieren Sie die verwendeten Beweismethoden.

Aufgabe 3-3

In einem Kriminalfall stehen drei Personen im Verdacht, eine Straftat begangen zu haben. Es liegen folgende Informationen vor:

1. Wenn A schuldig und B unschuldig ist, so ist C schuldig.
2. C arbeitet bei seinen Taten niemals allein.
3. A arbeitet bei seinen Taten niemals mit C .
4. Nur A , B oder C kommen als Täter in Frage.

Formalisieren Sie diesen Sachverhalt in Prädikatenlogik. Gibt es in der umgangssprachlichen Problembeschreibung ungenaue Formulierungen? Wie können bzw. müssen diese bei der Formalisierung behandelt werden?

Zeigen Sie dann, dass B ein bzw. der Täter war.

Aufgabe 3-4

Gegeben seien die folgenden Aussagen:

- (1) Die Zollbeamten durchsuchten jeden, der in das Land einreiste und nicht Diplomat war.
- (2) Einige Drogenmafiosi reisten ein, wurden aber nur von Drogenmafiosi untersucht.
- (3) Kein Diplomat war ein Drogenmafioso.
- (4) Einige Zollbeamten waren Drogenmafiosi.

Modellieren Sie die Aussagen möglichst exakt als prädikatenlogische Formeln. Welche umgangssprachlichen Formulierungen sind besonders schwierig zu formalisieren?

Beweisen Sie, dass die vierte aus den drei vorhergehenden Aussagen folgt.