

## Hinweis:

Die Aufgaben dieses Übungsblatts werden erst am 9. November besprochen.

### Aufgabe 2-1

Mit folgendem Termersetzungssystem können arithmetische Ausdrücke teilweise vereinfacht werden.

$$\begin{array}{l|l} x * (y + z) \rightarrow (x * y) + (x * z) & 1 * x \rightarrow x \\ (x + y) * z \rightarrow (x * z) + (y * z) & x * 0 \rightarrow 0 \\ x * 1 \rightarrow x & 0 * 0 \rightarrow 0 \end{array}$$

- Beweisen Sie die Terminierung mit der rekursiven Pfadordnung (RPO).
- Versuchen Sie, obiges Termersetzungssystem zu vervollständigen.
- Welches Problem entsteht bei Verwendung der RPO, wenn man noch die Regel  $(x * y) * z \rightarrow x * (y * z)$  zu obigem Termersetzungssystem hinzunimmt?

### Aufgabe 2-2

- Die *lexikographische Pfadordnung* (LPO) unterscheidet sich von der rekursiven Pfadordnung (RPO) durch das Vergleichskriterium in den jeweiligen Klauseln (3): Bei der LPO wird ein lexikographischer Vergleich  $(s_1, \dots, s_m) >_{LPO}^{lex} (t_1, \dots, t_n)$  durch geführt, bei der RPO ein Multimengenvergleich.

Die dritte Regel der LPO enthält darüber hinaus die zusätzliche Bedingung  $s >_{LPO} t_j$ . Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass diese Bedingung wichtig ist. Ist diese Bedingung auch bei der RPO (implizit) vorhanden?

- Gegeben ist folgendes Termersetzungssystem für die Ackermann-Funktion:

$$\begin{array}{l} ack(0, m) \rightarrow m + 1 \\ ack(n + 1, 0) \rightarrow ack(n, 1) \\ ack(n + 1, m + 1) \rightarrow ack(n, ack(n + 1, m)) \end{array}$$

Zeigen Sie die Termination des Termersetzungssystems mit Hilfe der LPO. Warum kann die rekursive Pfadordnung hier nicht benutzt werden?

### Aufgabe 2-3

Gegeben sei folgendes Termersetzungssystem für die Gruppentheorie:

$$\begin{aligned}(x \cdot y) \cdot z &\rightarrow x \cdot (y \cdot z) \\ e \cdot x &\rightarrow x \\ i(x) \cdot x &\rightarrow e\end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie mit Hilfe der lexikographischen Pfadordnung, daß dieses Termersetzungssystem terminiert.
- b) Vervollständigen Sie das Termersetzungssystem mit dem Knuth-Bendix-Verfahren.