Aufgabe 1-1

Beweisen Sie folgende Formeln mit Hilfe von PVS:

a) $A \wedge (B \wedge C) \Rightarrow A \wedge C$

b) $A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

c) $\neg\neg A \Rightarrow A$

d) $A \Rightarrow ((A \Rightarrow (A \vee B)) \wedge ((A \vee B) \Rightarrow A))$

e) $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \wedge B) \Rightarrow C$

f) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

PVS-Befehle: `(SPLIT)`, `(FLATTEN)`.

Aufgabe 1-2

Beweisen Sie die folgenden Formeln mit Hilfe von PVS:

a) $(\forall\, x.P(x)) \Rightarrow (\exists\, x.P(x))$

b) $(\exists\, x.(P(x) \vee Q(x))) \Rightarrow (\exists\, x.P(x)) \vee (\exists\, x.Q(x))$

Zeigen Sie, dass folgende Formelmenge inkonsistent ist:

c) $\{\forall\, x.P(x) \vee Q(x),\ \ \forall\, x.\neg P(x) \Rightarrow \neg Q(x),\ \ \exists\, x.\neg P(x)\}$

PVS-Befehle: `(SPLIT)`, `(FLATTEN)`, `(SKOLEM!)`, `(INST)`, ggf. `(EXPAND)`.

Aufgabe 1-3

In einem Kriminalfall stehen drei Personen im Verdacht, eine Straftat begangen zu haben. Es liegen folgende Informationen vor:

1. Wenn A schuldig und B unschuldig ist, so ist C schuldig.
2. C arbeitet bei seinen Taten niemals allein.

3. A arbeitet bei seinen Taten niemals mit C.

4. Nur A, B oder C kommen als Täter in Frage.

Formalisieren Sie diesen Sachverhalt in PVS. Zeigen Sie dann, dass B ein bzw. der Täter war.

Fragestellungen: Erstellen Sie zunächst eine aussagenlogische, dann eine prädikatenlogische Modellierung. Welche Unterschiede werden dabei deutlich? Gibt es in der umgangsprachlichen Problembeschreibung ungenaue Formulierungen? Wie können bzw. müssen diese bei der Formalisierung behandelt werden?

PVS-Befehle: `(SPLIT)`, `(FLATTEN)`, `(SKOLEM!)`, `(INST)`, ggf. `(EXPAND)`.

Aufgabe 1-4

Gegeben seien die folgenden Aussagen:

(1) Die Zollbeamten durchsuchten jeden, der in das Land einreiste und nicht Diplomat war.

(2) Einige Drogenmafiosi reisten ein, wurden aber nur von Drogenmafiosi untersucht.

(3) Kein Diplomat war ein Drogenmafioso.

(4) Einige Zollbeamten waren Drogenmafiosi.

Modellieren Sie diesen Sachverhalt in PVS. Beweisen Sie, dass die vierte aus den drei vorhergehenden Aussagen folgt.

Fragestellungen: Modellieren Sie die Aussagen möglichst exakt als prädikatenlogische Formeln. Welche umgangsprachlichen Formulierungen sind besonders schwierig zu formalisieren?

PVS-Befehle: `(SPLIT)`, `(FLATTEN)`, `(SKOLEM!)`, `(INST)`, ggf. `(EXPAND)`.