

Zusammenfassung und Erweiterungen

Ziel ist die Ableitung von Gleichungen aus gegebenen Gleichungen /begin

- Gilt eine Gleichung in der von den gegebenen Gleichungen definierten Theory?

Beispiel: Ist eine bestimmte Gleichung ein Theorem der Gruppentheorie?

- Lässt sich eine Gleichung aus den gegebenen Gleichungen ableiten?

Vorgehen: Erzeugen eines *Termersetzungssystems* (TES) aus den gegebenen Gleichungen, mit dessen Hilfe die zweite – und damit auch die erste – Frage beantwortet werden kann.

Wichtige *Eigenschaften* von Termersetzungssystemen:

- Church-Rosser, Konfluenz, Terminierung, Vollständigkeit, irreduzibler Term, Normalform
- Bedeutung der *Terminierungsordnungen* für den Nachweis der Terminierung

Ein konfluentes, terminierendes, vollständiges Termersetzungssystem ist eine *Entscheidungsprozedur* für die zu beantwortende Frage.

Vorgehen: linke und rechte Seite der zu beweisenden Gleichung werden mit TES auf Normalformen reduziert;

die Frage, ob die Gleichung gilt, ist dann reduziert auf den Test, ob die beiden Normalformen syntaktisch identisch sind.

(Versuch der) Erzeugung eines solchen TES

- Umwandlung der vorgegebenen Gleichungen in Termersetzungsregeln
- Orientierung der Regeln mit Hilfe einer Termordnung: rechte Seite jeder Regel muss kleiner sein als die jeweilige linke Seite
- (Versuch der) Vervollständigung der Regelmenge mit Hilfe des Knuth-Bendix-Verfahrens:
 - Auffinden von kritischen Paaren, deren Bearbeitung entsprechend den gegebenen Regeln
 - Führt möglicherweise zur Erzeugung neuer Regeln
 - Verfahren terminiert, wenn keine neuen kritischen Paare mehr gefunden werden.

Themen, die nur cursorisch behandelt wurden:

- Zusammenhang mit algebraischen Begriffen
- Algebraische Datentypen und Gleichungstheorien
- Bezug zu funktionaler Programmierung

Erweiterungen der einfachen Termersetzung:

- Termersetzung modulo Gleichungen:

Bestimmte Gleichungen werden speziell behandelt – in der Regel in den Unifikationsprozess integriert

Typische Beispiele: Assoziativität und Kommutativität bestimmter Operationen

- Bedingte Termersetzung:

Jede Regel ist mit einer Vorbedingung (Anwendungsbedingung) verbunden

- “Narrowing”: Verfahren zum Auffinden von *Lösungen* einer oder mehrerer Gleichungen mit Hilfe von Termersetzung.

D.h. es wird nicht versucht nachzuweisen, dass eine gegebene Gleichung in einer Gleichungstheorie liegt, sondern dass eine *Instanz* (= Lösung) einer Gleichung ableitbar ist.