

Aufgabe 9-1

In PVS sei folgende Datentypdeklaration zur Modellierung Boole'scher Ausdrücke gegeben:

```
V : TYPE+          % -- Variablennamen

BExpr : DATATYPE
BEGIN
  W          : wahr?
  F          : falsch?
  sym(v:V)   : sym?    % -- Variablensymbole
  neg(A:BExpr) : neg?
  und(A,B:BExpr) : und?
  oder(A,B:BExpr) : oder?
  impl(A,B:BExpr) : impl?
  eqv(A,B:BExpr) : eqv?
  xor(A,B:BExpr) : xor?
  if_(C,T,E:BExpr) : if?
END BExpr
```

- Schreiben Sie eine Funktion $\text{trans}(b:\text{BExpr}) : \text{BExpr}$, die einen Boole'schen Ausdruck gemäß der OBDD-Transformationsregeln (siehe Folie 6-15) in einen bedingten Ausdruck umformt.
- Schreiben Sie eine rekursive Funktion $\text{subst}(b:\text{BExpr}, x:V, t:\text{BExpr}) : \text{RECURSIVE BExpr}$, die in dem Boole'schen Ausdruck b die Variablen mit Namen x durch den Ausdruck t ersetzt.
- Gegeben sei die Deklaration einer Funktion $\text{nf}(b:\text{BExpr}) : \text{BExpr}$. Definieren Sie geeignete Axiome, so dass nf die Überführung eines Boole'schen Ausdruck in eine *bedingte Normalform* beschreibt.

Hinweis: Orientieren Sie sich an den Regeln (1) bis (6) auf Folie 6-15. Beachten Sie, dass diese Regeln nur *einen* Schritt in der Erzeugung der bedingten Normalform beschreiben; i.d.R. muss das Ergebnis einer Regelanwendung weiter normalisiert werden. Erweitern Sie Ihre Axiome um Regeln für Konjunktion, Disjunktion etc.

Beispiel: Regel (1) könnte wie folgt als PVS-Axiom formuliert werden:

```
nf_if_W : AXIOM
  nf(if_(W,a,b)) = nf(a)
```

d) Zeigen Sie:

```
tautologie1 : PROPOSITION
  nf(eqv(sym(v),sym(v))) = W

tautologie2 : PROPOSITION
  nf(impl(F,sym(v))) = W

tautologie3 : PROPOSITION
  nf(eqv(und(sym(v),sym(w)),und(sym(w),sym(v)))) = W
```